

# 127 PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

## CÁC PHƯƠNG TRÌNH LG TRONG BỘ ĐỀ THI TS VÀO ĐH VÀ CĐ

- $\cos x + \frac{1}{\cos x} + \sin x + \frac{1}{\sin x} = \frac{10}{3}$
- $\log_3(\sin \frac{x}{2} - \sin x) + \log_{\frac{1}{3}}(\sin \frac{x}{2} + \cos 2x) = 0$
- Tìm các giá trị  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  thỏa phương trình:  $\frac{\sin 3x - \sin x}{\sqrt{1 - \cos 2x}} = \sin 2x + \cos 2x$
- Cho pt:  $(1 - a)\text{tg}^2 x - \frac{2}{\cos x} + 1 + 3a = 0$ 
  - Giải pt khi  $a = \frac{1}{2}$
  - Tìm tất cả các giá trị tham số  $a$  để pt đã cho có hơn một nghiệm  $\in (0; \frac{\pi}{2})$
- Giải pt:  $2\cos x - |\sin x| = 1$
- Giải và biện luận theo  $k$  pt:  $\frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\sin x} = k$
- Giải pt:  $\text{tg} x + \text{tg}^2 x + \text{tg}^3 x + \text{cot} x + \text{cot}^2 x + \text{cot}^3 x = 6$
- $\cos^3 4x = \cos 3x \cos^3 x + \sin 3x \sin^3 x$
- Tìm nghiệm  $x \in (-\frac{3\pi}{4}; \pi)$  của pt:  $a^2 \sin x - a \sin^2 x - a^2 \cos x + a \cos^2 x = \cos x - \sin x$
- Cho pt  $\cos 2x - (2m + 1)\cos x + m + 1 = 0$ 
  - Giải pt khi  $m = \frac{3}{2}$
  - Tìm tất cả các giá trị  $m$  để pt có nghiệm  $\in (\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$
- Xác định  $a$  để hai pt sau tương đương:
 
$$2\cos x \cos 2x = 1 + \cos 2x + \cos 3x$$

$$4\cos^2 x - \cos 3x = a \cos x + (4 - a)(1 + \cos 2x)$$
- Giải bất phương trình:  $4(x^3 - 2x + 1)(\sin x + 2\cos x) \geq 9|x^3 - 2x + 3|$
- Xác định  $a$  để pt sau có nghiệm:  $\cos^6 x + \sin^6 x = a|\sin 2x|$
- Tìm min, max  $y = \sqrt{3} \sin x + \cos x = \frac{2x+3}{2}$
- Tìm nghiệm của pt  $\sin((x+1)y) = \sin^2 xy + \sin^2(x-1)y$  biết rằng  $(x+1)y, xy, (x-1)y$  là số đo các góc của một tam giác. Đề 149

Giải:  $(x+1)y + xy + (x-1)y = \pi \Leftrightarrow xy = \pi/3$   
 $(x+1)y = xy + y = \pi/3 + y \Rightarrow 0 < \pi/3 + y < 2\pi/3$

Suy ra:  $-\pi/3 < y < \pi/3$

- $(x-1)y = xy - y = \pi/3 - y$
16. Giải pt  $\sin^3 x + \cos^3 x = 2 - \sin^4 x$  Đề 150
17. Giải hệ pt:  $\begin{cases} \sin x \cos y = 1/4 \\ 3 \operatorname{tg} x = \operatorname{tg} y \end{cases}$  Đề 12
18. Giải hệ pt:  $\begin{cases} \operatorname{tg} x + \cot x = 2 \sin(y + \pi/4) \\ \operatorname{tg} y + \cot y = 2 \sin(x - \pi/4) \end{cases}$  Đề 23
19. Cho pt  $\frac{3}{\sin^2 x} + 3 \operatorname{tg}^2 x + m(\operatorname{tg} x + \cot x) - 1 = 0$
- a) Giải pt khi  $m = 4$
- b) Tìm  $m$  để pt có nghiệm. Đề 13
20.  $2 \cos^2 \frac{3x}{5} + 1 = 3 \cos \frac{4x}{5}$  Đề 15
21. Tìm các nghiệm  $x \in (\frac{\pi}{2}; 3\pi)$  của pt  $\sin(2x + \frac{5\pi}{2}) - 3 \cos(x - \frac{7\pi}{2}) = 1 + 2 \sin x$  Đề 16
22.  $\sqrt{2}(2 \sin x - 1) = 4(\sin x - 1) - \cos(2x + \pi/4) - \sin(2x + \pi/4)$  Đề 17
23.  $3 \cos x + 4 \sin x + \frac{6}{3 \cos x + 4 \sin x + 1} = 6$  Đề 18
24.  $8 \sin^2 x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{\cos x} + \frac{1}{\sin x}$  Đề 22
25. Giải hệ pt:  $\begin{cases} \sin x + \cos x = \frac{1}{2} + \sin y - \cos y \\ 2 \sin 2x = \frac{3}{2} + \sin 2y \end{cases}$  Đề 32
26. Giải hệ pt:  $\begin{cases} \sin x + \sin y = \sqrt{2} \\ \cos x + \cos y = \sqrt{2} \end{cases}$  Đề 33
27. Cho hpt:  $\begin{cases} x - y = m \\ 2(\cos 2x + \cos 2y) - 1 - 4 \cos^2 m = 0 \end{cases}$  Tìm  $m$  để hệ có nghiệm. Tìm nghiệm đó. Đề 65
28.  $\begin{cases} \operatorname{tg} y - \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = 1 \\ \cos 2y + \sqrt{3} \cos 2x = -1 \end{cases}$  Đề 75
29. Cho pt:  $m \sin x + (m+1) \cos x = m / \cos x$
- a) gpt khi  $m = 1/2$
- b) Giả sử  $m$  là giá trị làm cho pt có nghiệm. Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm sao cho  $x_1 + x_2 \neq \pi/2 + k\pi$ . Hãy tính  $\cos 2(x_1 + x_2)$  Đề 145
- \*\*\* Chú ý rằng:  $\cos 2(x_1 + x_2) = \frac{1 - \operatorname{tg}^2(x_1 + x_2)}{1 + \operatorname{tg}^2(x_1 + x_2)}$
30.  $\sin x + \sqrt{2 - \sin^2 x} + \sin x \sqrt{2 - \sin^2 x} = 3$  Đề 146

31. Cho pt :  $\frac{\cos^6 x + \sin^6 x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = 2m \operatorname{tg} 2x$   
 a) Giải pt khi  $m = 1/8$   
 b) Với giá trị nào của  $m$  thì pt có nghiệm Đề 147
32.  $\operatorname{tg}^2 x = \frac{1 - \cos|x|}{1 - \sin|x|}$  Đề 133
33.  $\cos 3x \cos^3 x + \sin 3x \sin^3 x = \sqrt{2}/4$  Đề 135
34. Tìm tổng tất cả các nghiệm  $x \in [0; 40]$  của pt:  $2\cos^2 x + \cotg^2 x = \frac{\sin^3 x + 1}{\sin^2 x}$  Đề 136
35.  $2\sin(3x + \frac{3\pi}{4}) = \sqrt{1 + 8\sin 2x \cos^2 2x}$  Đề 25
36. a)  $\sin 2(x - \pi) - \sin(3x - \pi) = \sin x$   
 b) Tìm  $a$  để pt  $\sin 2(x - \pi) - \sin(3x - \pi) = a \sin x$  có nghiệm  $x \neq k\pi$  Đề 28
37.  $\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin 2x} = \frac{2}{\sin 4x}$  Đề 30
38.  $\operatorname{tg}^2 2x \operatorname{tg}^2 3x \operatorname{tg} 5x = \operatorname{tg}^2 2x - \operatorname{tg}^2 3x + \operatorname{tg} 5x$  Đề 34
39.  $\begin{cases} \sin^2 x = \cos x \cos y \\ \cos^2 x = \sin x \sin y \end{cases}$  Đề 79
40. Cho hệ:  $\begin{cases} \sin^2 x + m \operatorname{tg} y = m \\ \operatorname{tg}^2 y + m \sin x = m \end{cases}$   
 a) Giải hệ khi  $m = 1$   
 b) Với giá trị nào của  $m$  thì hệ có nghiệm Đề 87
41.  $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg}^2 y + \cotg^2(x + y) = 1$  Đề 99
42. Cho pt :  $\sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \sin x} = k$   
 a) Giải pt khi  $k = 2$   
 b) Giải và biện luận theo  $k$ . Đề 37
43. Tìm  $t$  sao cho pt:  $\frac{2\sin x + 1}{\sin x + 2} = t$  có 2 nghiệm thuộc đoạn  $[0; \pi]$  Đề 38
44. a)  $3\cos x + \cos 2x - \cos 3x + 1 = 2\sin x \sin 2x$  (1)  
 b) Tìm tất cả các giá trị của tham số để pt(1) tương đương với pt sau:  
 $m\cos 3x + (4 - 8m)\sin^2 x + (7m - 4)\cos x + (8m - 4) = 0$  Đề 40
45.  $\cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x - \sqrt{3} \cos x - \sin x + 4 = 0$
46.  $2 + 2\sin x - 2\cos^2 x - \sqrt{2} \sin(x + \pi/4) = 0$
47. Cho pt  $\sin x + m \cos x = 1$  (1)  
 a) Giải pt khi  $m = -\sqrt{3}$   
 b) Tìm  $m$  để pt (1) vô nghiệm.  
 c) Xác định  $m$  để pt(!) tương đương với  $m \sin x + \cos x = m^2$ . Đề 42
48.  $\frac{3(\cos 2x + \cot g 2x)}{\cot g 2x - \cos 2x} - 2\sin 2x = 2$  Đề 45

49.  $|\cot gx| = \operatorname{tg}x + \frac{1}{\sin x}$  Đề 46
50.  $\frac{\cos x(2 \sin x + 3\sqrt{2}) - 2 \cos^2 x - 1}{1 + \sin 2x} = 1$  Đề 47
51.  $\sin^2 2x - \cos^2 8x = \sin\left(\frac{17\pi}{2} + 10x\right)$  Đề 48
52.  $3\sin 3x - \sqrt{3} \cos 9x = 1 + 4\sin^3 3x$  Đề 49
53.  $|\sin x - \cos x| + 4\sin 2x = 1$  Đề 51
54.  $\cos \frac{4}{3}x = \cos^2 x$  Đề 52
55. Giải và biện luận:  $\frac{a - b \cos x}{\sin x} = \frac{2\sqrt{a^2 - b^2} \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg}^2 y}$  Đề 44
56. Cho pt  $3\cos x + 2|\sin x| = k$   
 Giải pt khi  $k = 2, k = 3$ . Đề 57
57. Tìm số dương  $a$  nhỏ nhất thỏa pt:  $\cos(\pi(a^2 + 2a - 1/2)) - \sin \pi a^2$  Đề 58
58.  $x^2 - 2x \sin xy + 1 = 0$  Đề 60
59.  $\sqrt{\cos 2x} + \sqrt{1 + \sin 2x} = 2\sqrt{\sin x + \cos x}$  Đề 64
60. Với những giá trị nào của  $m$  thì pt sau có nghiệm:  
 $\sqrt{1 + 2 \cos x} + \sqrt{1 + 2 \sin x} = m$  Đề 66
61.  $2\cos^3 x + \cos 2x + \sin x = 0$  Đề 68
62.  $4\cos x - 2\cos 2x - \cos 4x = 1$  Đề 69
63.  $3\operatorname{tg} 3x + \operatorname{cotg} 2x = 2\operatorname{tg} x + \frac{2}{\sin 4x}$  Đề 71
64. a) gpt  $(\cos 4x - \cos 2x)^2 = 5 + \sin 3x$   
 b) Xác định  $a$  để pt sau có nghiệm:  
 $(\cos 4x - \cos 2x)^2 = (a^2 + 4a + 3)(a^2 + 4a + 6) + 7 + \sin 3x$  Đề 74
65. Giải các pt:  $\sin^4 x + \cos^4(x + \pi/4) = 1/4$   
 $(\operatorname{tg} x + \frac{1}{4} \operatorname{cotg} x)^n = \cos^n x + \sin^n x, n = 2, 3, 4, \dots$  Đề 77
65. a) Các số  $x, y, z$  thỏa:  $x + y + z = n\pi$   
 Chứng minh:  $\cos^2 x + \cos^2 y + \cos^2 z = 1 + (-1)^n \cdot 2\cos x \cos y \cos z$   
 b) Giải phương trình:  $2\log_3 \operatorname{cotg} x = \log_2 \cos x$  Đề 78
66. a)  $\cos^4 x - \sin^4 x = |\cos x| + |\sin x|$   
 c) Chứng minh rằng tồn tại một tam giác mà số đo các góc của nó nghiệm đúng  
 phương trình:  $(56 - 65\sin x)(80 - 64\sin x - 65\cos^2 x)$  Đề 80
67.  $1 + \sin \frac{x}{2} \sin x - \cos \frac{x}{2} \sin^2 x = 2\cos^2(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2})$  Đề 81
68. Xác định tham số  $m$  sao cho phương trình sau có 7 nghiệm khác nhau thuộc  
 khoảng  $(-\frac{\pi}{2}; 2\pi)$  Đề

- b)  $(\sin^3 \frac{x}{2} + 1/\sin^3 \frac{x}{2})^2 + (\cos^3 \frac{x}{2} + 1/\cos^3 \frac{x}{2})^2 = \frac{81}{4} \cos^4 4x$  **Đề 83**
70.  $|\cos x + 2 \sin x - \cos 3x| = 1 + 2 \sin x - \cos 2x$  **Đề 86**
71. Cho phương trình  $(2\sin x - 1)(2\cos 2x + 2\sin x + m) = 3 - 4\cos^2 x$   
 a. Giải pt khi  $m = 1$ .  
 b. Tìm  $m$  để pt có đúng hai nghiệm thuộc  $[0; \pi]$  **đề 89.**
72.  $\frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x} = \sqrt{3}$  **90**
73.  $6\sin x - 2\cos^3 x = \frac{5 \sin 4x \cos x}{2 \cos 2x}$  **93**
74.  $\sin 4x \cos 16x = 1$  **Đề 91**
75. Giải và biện luận pt:  $(m-1)\sin^2 x - 2(m+1)\cos x + 2m - 1 = 0$  **đề 95**
76. a) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất:  $y = \sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}$   
 b) Tìm  $m$  để pt  $\sin 4x = m \tan x$  có nghiệm khác  $k\pi$  **Đề 96**
77. Cho pt:  $6\tan x + \operatorname{acotg} 3x = \tan 2x$   
 a) Gpt với  $a = 0$   
 b) Gpt với  $a = 5$  **Đề 97**
78.  $\tan^2 x = \frac{1 - \cos^3 x}{1 - \sin^3 x}$  **Đề 100**
79. 1) Các độ dài cạnh của tam giác ABC lập thành một cấp số nhân. chứng minh rằng tam giác đó không thể có hai góc lớn hơn  $60^\circ$ .  
 2) Gpt:  $2(\tan x - \sin x) + 3(\cot x - \cos x) + 5 = 0$  **Đề 106**
80.  $\sqrt{\sin x \cos x}$ . 1) Gpt:  $\sqrt{\sin^2 x - 2\sin x + 2} = 2\sin x - 1$   
 2) Tam giác ABC có các góc A, B, C theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội bằng 2. Chứng minh  $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ . **Đề 107**
81. Gpt:  $\frac{\sqrt{1 + \cos x} + \sqrt{1 - \cos x}}{\cos x} = 4\sin x$  **Đề 108**
82. Gpt:  $\frac{\sin^{10} x + \cos^{10} x}{4} = \frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{4\cos^2 2x + \sin^2 2x}$  **Đề 109**
83. Giải các pt: 1)  $\frac{1 - \cos 4x}{2 \sin 2x} = \frac{\sin 4x}{1 + \cos 4x}$   
 2)  $\cos^3 x + \sin^3 x = \sin x - \cos x$  **Đề 110**
84. Gpt:  $\sqrt{\cos 2x} + \sqrt{1 - \sin 2x} = 2\sqrt{\sin x - \cos x}$  **Đề 111**
85.  $6\sin x - 2\cos^3 x = 5\sin 2x \cos x$  **Đề 112**
86.  $\sin^3 x(1 + \cot x) + \cos^3 x(1 + \tan x) = 2$  **Đề 113**
87. Cho pt  $(4 - 6m)\sin^3 x + 3(2m - 1)\sin x + 2(m - 2)\sin^2 x \cos x - (4m - 3)\cos x = 0$   
 1) Gpt khi  $m = 2$   
 2) Tìm  $m$  để pt có đúng một nghiệm thuộc  $[0; \frac{\pi}{4}]$  **Đ114**
88. Cho pt:  $2\cos x \cos 2x \cos 3x + m = 7\cos 2x$   
 1) Giải pt khi  $m = -7$

2) Xác định m để pt có nhiều hơn một nghiệm thuộc  $[-\frac{3\pi}{8}; -\frac{\pi}{8}]$  **Đề 115**

89. Tìm a, b để hai pt sau tương đương:

$$a \sin 2x + \sqrt{2} = 2 \cos x + a \sqrt{2} \sin x$$

$$2 \sin^2 x + \cos 2x + \sin 2x + b = 2b \sin x + \cos x + 1$$

**Đề 117**

90. Giải và biện luận theo a pt:  $\frac{a^2}{1 - \tan^2 x} = \frac{\sin^2 x + a^2 - 2}{\cos 2x}$

**Đề 124**

91. Gpt:  $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2 + \cos 2x} + \sqrt{3} \sin 2x$

**Đề 127**

92. Giải và biện luận:  $\cos ax + \cos 2bx - \cos(a+2b)x = 1$

**Đề 129**

93. Giải pt:  $\sin^2 x + \frac{1}{4} \sin^2 3x = \sin x \sin^2 3x$

**Đề 131**

### CÁC PHƯƠNG TRÌNH LG TRONG CÁC ĐỀ THI TS VÀO ĐH VÀ CĐ TỪ 2002

94. D2002. Tìm x thuộc đoạn  $[0; 14]$  nghiệm đúng phương trình:

$$\cos 3x - 4 \cos 2x + 3 \cos x - 4 = 0$$

95. B2002. Giải phương trình  $\sin^2 3x - \cos^2 4x = \sin^2 5x - \cos^2 6x$

96. A2002. Tìm nghiệm thuộc đoạn  $(0; 2\pi)$  của phương trình:

$$5 \left( \sin x + \frac{\cos 3x + \sin 3x}{1 + \sin 2x} \right) = \cos 2x + 3$$

97. D2003. Giải phương trình  $\sin^2 \left( \frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \tan^2 x - \cos^2 \frac{x}{2} = 0$

98. B2003. Giải phương trình  $\cot x - \tan x + 4 \sin 2x = \frac{2}{\sin 2x}$

99. A2003. Tìm nghiệm thuộc đoạn  $(0; 2\pi)$  của phương trình:

$$\cot x - 1 = \frac{\cos 2x}{1 + \tan x} + \sin^2 x - \frac{1}{2} \sin 2x$$

100. D2004. Giải phương trình  $(2 \cos x - 1)(2 \sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$

101. B2004. Giải phương trình  $5 \sin x - 2 = 3(1 - \sin x) \tan^2 x$

102. D2005. Giải phương trình  $\cos^4 + \sin^4 x + \cos \left( x - \frac{\pi}{4} \right) \sin \left( 3x - \frac{\pi}{4} \right) - \frac{3}{2} = 0$

103. B2005. Giải phương trình  $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$

104. A2005. Tìm nghiệm thuộc đoạn  $(0; 2\pi)$  của phương trình:

$$\cos^2 3x \cdot \cos 2x - \cos^2 x = 0$$

105. D2005 - TK1. Giải phương trình  $\tan \left( \frac{3\pi}{2} - x \right) + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = 2$

106. D2005 - TK2. Giải phương trình  $\sin 2x + \cos 2x + 3 \sin x - \cos x - 2 = 0$

107. B2005 - TK1. Giải phương trình  $2\sqrt{2} \cos^3 \left( x - \frac{\pi}{4} \right) - 3 \cos x - \sin x = 0$

108. B2005 - TK2. Giải phương trình  $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 3\operatorname{tg}^2 x = \frac{\cos 2x - 1}{\cos^2 x}$

109. A2005 - TK1. Giải phương trình  $4\sin^2 \frac{x}{2} - \sqrt{3}\cos 2x = 1 + 2\cos^2\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$

110. A2005 - TK2. Giải phương trình  $2\sqrt{2}\cos^3\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 3\cos x - \sin x = 0$

111. A2006. Giải phương trình  $\frac{2(\cos^6 x + \sin^6 x) - \sin x \cos x}{\sqrt{2} - 2\sin x} = 0$

112. B2006. Giải phương trình  $\operatorname{ctg} x + \sin x \left(1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{2}\right) = 0$

113. D2006. Giải phương trình  $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$

114. A2006 - TK1. Giải phương trình:  $\cos 3x \cos^3 x - \sin 3x \sin^3 x = \frac{2 + 3\sqrt{2}}{8}$

115. A2006 - TK2. Giải phương trình:  $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) + 4\sin x + 1 = 0$

116. B2006 - TK1. Giải phương trình:  $(2\sin^2 x - 1)\operatorname{tg}^2 2x + 3(2\cos^2 x - 1) = 0$

117. B2006 - TK2. Giải phương trình:  $\cos 2x + (1 + 2\cos x)(\sin x - \cos x) = 0$

118. D2006 - TK1. Giải phương trình:  $\cos^3 x + \sin^3 x + 2\sin^2 x = 1$

119. D2006 - TK2. Giải phương trình:  $4\sin^3 x + 4\sin^2 x + 3\sin 2x + 6\cos x = 0$

120. A2007. Giải phương trình:  $(1 + \sin^2 x)\cos x + (1 + \cos^2 x)\sin x = 1 + \sin 2x$

121. B2007. 1. Giải phương trình:  $2\sin^2 2x + \sin 7x - 1 = \sin x$

122. D2007. Giải phương trình:  $\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3}\cos x = 2$

123. A2007 - TK1. Giải phương trình:  $\sin 2x + \sin x - \frac{1}{2\sin x} - \frac{1}{\sin 2x} = 2\operatorname{cotg} 2x$

124. A2007 - TK2. Giải phương trình:

$$2\cos^2 x + 2\sqrt{3}\sin x \cos x + 1 = 3(\sin x + \sqrt{3}\cos x)$$

125. B2007 - TK1. Giải phương trình:  $\frac{\sin 2x}{\cos x} + \frac{\cos 2x}{\sin x} = \operatorname{tg} x - \operatorname{cotg} x$

126. B2007 - TK2. Giải phương trình:  $\sin\left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\cos \frac{3x}{2}$

127. D2007 - TK1. Giải phương trình:  $2\sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right)\cos x = 1$

